

Aufgaben zum Tag der Kombinatorik 2026

Aufgabe 1: ([0,5+0,5+1+1+3]+[1+1,5+1+1,5+1,5+1,5+2,5+2,5]+[2+2+2]+9 Punkte)

- a) Führen Sie bitte folgenden Berechnungen aus und tragen Sie Ihre Resultate in der vorgegebenen Schreibweise an den vorgesehenen Stellen in das Lösungsformular ein. Jede Restklasse *muss* mit ihrem generischen Repräsentanten angegeben werden!

$$\mathbf{a1)} [7]_{13} + [10]_{13} \quad \mathbf{a2)} [5]_{12} \cdot [6]_{12}$$

$$\mathbf{a3)} [6]_{13}^{-1} \quad \mathbf{a4)} [12]_{13}^8 \quad \mathbf{a5)} [3]_7^{1027}$$

- b) Lösen Sie bitte die nachstehenden Gleichungen und tragen Sie *alle* Lösungen, dargestellt mit ihren generischen Repräsentanten, an den vorgesehenen Stellen in das Lösungsformular ein. Falls eine Gleichung unlösbar ist, tragen Sie bitte einen waagrechten Strich (—) an der vorgesehenen Stelle ein. (Einfach freilassen gibt keine Punkte)!

$$\mathbf{b1)} [2]_{14} + [x]_{14} = [1]_{14} \quad \mathbf{b2)} [x]_{11} \cdot [3]_{11} = [5]_{11} \quad \mathbf{b3)} [4]_{18} \cdot [x]_{18} = [11]_{18}$$

$$\mathbf{b4)} [x]_{18} \cdot [2]_{18} = [6]_{18} \quad \mathbf{b5)} [x]_9^2 = [4]_9 \quad \mathbf{b6)} [x]_{11}^2 = [7]_{11}$$

$$\mathbf{b7)} [x]_{25}^2 = [0]_{25} \quad \mathbf{b8)} [x]_5^5 - [x]_5 = [0]_5$$

- c) Geben Sie jeweils die kleinste natürliche Zahl $n > 1$ an, mit der die nachstehenden Gleichungen korrekt sind, und tragen Sie Ihre Resultate an den vorgesehenen Stellen ins Lösungsformular ein.

$$\mathbf{c1)} [57]_n = [-29]_n \quad \mathbf{c2)} [3]_n^7 \neq [0]_n \text{ und } [3]_n^8 = [0]_n \quad \mathbf{c3)} [7]_n^{-1} = [8]_n$$

- d) Es sei $m = 13^{169}$.

Bestimmen Sie die erste Ziffer von m , die letzte Ziffer von m sowie die Anzahl der Stellen von m und tragen Sie bitte Ihre Resultate an den vorgesehenen Stellen in das Lösungsformular ein.

Aufgabe 2: (1,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+2,5+3+5+8 Punkte)

In jeder dieser Aufgaben tragen Sie bitte den Schwellenwert (als vollständig ausgerechnete natürliche Zahl) für jeden der vorgegebenen Datensätze an der vorgesehenen Stelle in das Lösungsformular ein.

Sollte es keinen echten Schwellenwert, ab dem alle natürlichen Zahlen ganzzahlig nichtnegativ aus dem Datensatz linear kombinierbar sind, tragen Sie bitte wieder einen waagrechten Strich (—) ein; reines Freilassen gibt auch hier keine Punkte.

$$\mathbf{a)} \mathcal{D}_a = \{11; 14\} \quad \mathbf{b)} \mathcal{D}_b = \{31; 32; 33\} \quad \mathbf{c)} \mathcal{D}_c = \{32; 33; 34\}$$

$$\mathbf{d)} \mathcal{D}_d = \{20; 21; 24\} \quad \mathbf{e)} \mathcal{D}_e = \{21; 22; 26\} \quad \mathbf{f)} \mathcal{D}_f = \{100; 102; 107\}$$

$$\mathbf{g)} \mathcal{D}_g = \{102; 104; 109\} \quad \mathbf{h)} \mathcal{D}_h = \{103; 105; 110\} \quad \mathbf{i)} \mathcal{D}_i = \{106; 106; 113\}$$

$$\mathbf{j)} \mathcal{D}_j = \{35; 36; 37; 38\} \quad \mathbf{k)} \mathcal{D}_k = \{48; 50; 52\} \quad \mathbf{l)} \mathcal{D}_l = \{49; 51; 53\}$$

$$\mathbf{m)} \mathcal{D}_m = \{6; 8; 21\} \quad \mathbf{n)} \mathcal{D}_n = \{10; 13; 17\} \quad \mathbf{o)} \mathcal{D}_o = \{100; 102; 105; 109\}$$

Aufgabe 3: (25 + 42 Punkte)

- a) Geben Sie Formeln an für den Schwellenwert für den Datensatz

$$\{n, n + 3, n + 5\}$$

Differenzieren Sie dabei nach dem 5er-Rest von n . Tragen Sie Ihre Resultate als Polynom 2. Grades, also in der Form $a_2k^2 + a_1k + a_0$ an die vorgesehenen Stellen im Lösungsformular ein.

Wie oben angedeutet, genügt es, wenn Sie wie in der Vorlesung die k -Formel angeben!

Tipps: Sie brauchen etwaige Kleinheitsunfälle nicht zu dokumentieren, müssen aber natürlich darauf achten, dass Sie durch sie nicht zu einer falschen Formel kommen.

Bei diesem Datensatz kommen ab $k = 1$ keine Kleinheitsunfälle mehr vor!

- b) Geben Sie Formeln an für den Schwellenwert für den Datensatz

$$\{n; n + 3; n + 7\}$$

Sie müssen hier selbst herausfinden, nach welchen Restklassen Sie differenzieren müssen. Tragen Sie Ihre Resultate als Polynom 2. Grades $a_2k^2 + a_1k + a_0$ an die vorgesehenen Stellen im Lösungsformular ein.

Es genügt, wenn Sie wie in der Vorlesung die k -Formel angeben!

Tipps: Sie brauchen etwaige Kleinheitsunfälle nicht zu dokumentieren, müssen aber natürlich darauf achten, dass Sie durch sie nicht zu einer falschen Formel kommen.

Wir haben mehr Zeilen im Formular reserviert als Sie wirklich brauchen werden.

Bei diesem Datensatz kommen ab $k = 2$ keine Kleinheitsunfälle mehr vor!

Aufgabe 4: ([1,5+1,5+1,5+1,5]+[1,5+1,5+3+5]+[1,5+3+4,5]+[1,5+1,5+2+4]+[1,5+0,5]+[1,5+3,5] Punkte)

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die angegebene Zahl x aus dem gleichfalls angegebenen Datensatz \mathcal{D} ganzzahlig nichtnegativ linear zu kombinieren? (Möglichkeiten, die sich nur in der Anordnung der Summanden unterscheiden, gelten wie in der Vorlesung als gleich).

- a) $\mathcal{D}_a = \{8; 13\}$

a1) $x = 80$ **a2)** $x = 83$ **a3)** $x = 120$ **a4)** $x = 555$

- b) $\mathcal{D}_b = \{9; 10; 12\}$

b1) $x = 37$ **b2)** $x = 50$ **b3)** $x = 173$ **b4)** $x = 300$

- c) $\mathcal{D}_c = \{12; 16; 17\}$

c1) $x = 44$ **c2)** $x = 144$ **c3)** $x = 301$

- d) $\mathcal{D}_d = \{17; 19; 30\}$

d1) $x = 100$ **d2)** $x = 101$ **d3)** $x = 255$ **d4)** $x = 500$

- e) $\mathcal{D}_e = \{20; 22; 24\}$

e1) $x = 200$ **e2)** $x = 257$

- f) $\mathcal{D}_f = \{10; 15; 17\}$

f1) $x = 47$ **f2)** $x = 201$

Aufgabe 5: (22+24 Punkte)

- a) Rosalie arbeitet als Klempnerin und muss eine gerade Verbindung von 5 m Länge stecken. Sie hat dazu Rohre der Länge 35 cm, 45 cm und 60 cm zur Verfügung.
Welche Möglichkeiten hat sie, die gewünschten 5 m zu erreichen, wenn davon auszugehen ist, dass für jede Verbindung 5 cm an Länge verloren gehen?
Im Lösungsformular sind die Eintragungen vorstrukturiert; sie brauchen nur die Anzahlen, wie oft sie welche Rohrlänge verwenden wollen, einzutragen.
Wichtig: Ordnen Sie Ihre Lösungen aufsteigend nach der Anzahl der verwendeten 60 cm-Rohre, in zweiter Linie aufsteigend nach der Anzahl verwendeter 45 cm-Rohre.
Wenn Sie dies nicht beachten, können wir leider nicht für die Korrektur Ihrer Lösung garantieren.
- b) Roberto ist seit kurzem CEO der Gummibärchen-Firma Kleckermaul. Er will im Bereich der klassischen Gummibärchen — ohne sauer, ohne vegan — Klein-Tüten mit 25 Stück, mit 42 Stück und mit x Stück anbieten. Bei dem x ist er sich noch nicht ganz sicher: Einerseits soll $60 \leq x \leq 75$ gelten, andererseits hat es sich Roberto in den Kopf gesetzt — endlich kann er mal der Bestimmer sein! —, dass man aus den drei Klein-Tüten eine Sammeltüte mit genau 288 Bärchen herstellen können soll. Entscheiden Sie für alle sechzehn in Frage kommenden Zahlen zwischen 60 und 75, ob das mit dieser Zahl möglich ist (ja/nein ankreuzen). Beantworten Sie das möglichst für alle (!) 16 Zahlen; dafür gibt es die relativ vielen Punkte!

Aufgabe 6: (2+2+3+2+4+8 Punkte)

Kurz vor Fasching befindet sich der Handel mitten im Ostergeschäft. Die Firma Süß & Papp stellt 7 Sorten gefüllter Schoko-Eier her: Schokolade, Vanille, Karamell, Eierlikör, Marc de Champagne, Erdbeer und Limette. In einer handelsüblichen Tüte befinden sich 4 Eier, genauso wie in einem Blister, aber dort sind sie in fester Anordnung: Eines soll man am Ostersonntag, eines am Ostermontag, eines am Osterdienstag und das vierte in der Woche danach essen.

- a) Wie viele verschieden gefüllte Tüten gibt es, wenn alle 4 Eier verschiedene Sorten haben?
- b) Wie viele verschieden gefüllte Blister gibt es, wenn alle 4 Eier verschiedene Sorten haben?
- c) Wie viele verschieden gefüllte Tüten gibt es, wenn die 4 Eier rein zufällig ausgewählt werden?
- d) Wie viele verschieden gefüllte Blister gibt es, wenn die 4 Eier rein zufällig ausgewählt werden?
- e) Der neueste Gag besteht darin, die Eier in verschiedenen Größen auszuführen, und in jede Tüte zwei große und zwei kleine zu geben, die von der Sorte her immer noch zufällig sind.
Wie viele verschieden gefüllte Tüten gibt es dann?
- f) Im 'Super-Blister' befinden sich Eier in vier verschiedenen Größen und es kommen auch genau vier verschiedene Sorten rein. Wie viele verschiedene Super-Blister gibt es?
- g) Ein kleines Ei wiegt 30 g, ein mittleres 40 g, ein großes 50 g und ein Maxi-Ei wiegt 60 g. Wenn jede Tüte 180 g wiegen muss und ansonsten alles zufällig ist, wie viele verschiedene Tüten gibt es dann?

Aufgabe 7: ([3+3+3+3+3]+15 Punkte)

- a) Wie viele 5-buchstabige Worte, die die Buchstaben A, E und N wenigstens einmal enthalten, gibt es? Dabei wird keinerlei Wert auf Aussprechbarkeit oder gar tatsächliche Gebräuchlichkeit des 'Wortes' gelegt, BBNEA z.B. ist in diesem Sinne ein vollgültiges Wort.
Um es etwas leichter zu machen, haben wir die Aufgabe für Sie schon 'parametrisiert':
- a1) mit lauter verschiedenen Buchstaben;
 - a2) mit einem Doppelbuchstaben verschieden von A, E und N;
 - a3) mit genau einem Doppelbuchstaben, der A, E oder N sein muss;
 - a4) mit einem Dreifachbuchstaben;
 - a5) mit zwei Doppelbuchstaben?
- b) Endlich eine Aufgabe mit Bedeutung!! (Oder, um mit Monty Python zu sprechen: Now for something completely different!)
- Geben Sie möglichst viele *echter* Worte mit 5 Buchstaben an, die mindestens ein A an zweiter Stelle, ein E an vierter Stelle und ein N an fünfter Stelle enthalten.
Dabei gelten nur deutsche Worte, keine Abkürzungen, keine Anglizismen (wie z.B. das postmoderne 'haben') und Eigennamen nur bei großer Geläufigkeit (und da entscheiden wir)!
Ordnen Sie die gefundenen Worte unbedingt zunächst alphabetisch nach dem dritten, nachfolgend erst nach dem ersten Buchstaben. Wenn Sie das nicht befolgen, kann die Aufgabe leider nicht korrigiert werden.
Jedes gefundene Wort gibt 0,25 Punkte; sollten Sie also 60 Stück haben, können Sie aufhören.